



# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ГЕОГРАФИИ


**Карпиченко Александр  
Александрович**

***доцент кафедры почвоведения и  
земельных информационных  
систем***





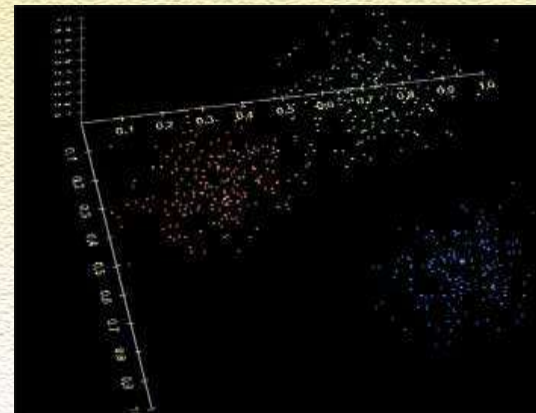
# Литература

- [elib.bsu.by](http://elib.bsu.by)
  - Математические методы в географии: учебно-методическое пособие / Н. К. Чертко, А. А. Карпиченко. – Минск: БГУ, 2009.
- 

# 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

При изучении взаимного влияния многих процессов и явлений в последнее время все чаще обращаются к методам многомерного статистического анализа, в частности факторного анализа. Методы многомерного статистического анализа практически всегда выполняются на специализированном ПО.

Факторный анализ основывается на использовании статистических знаний (вычислении стандартных отклонений, знании корреляционного и регрессионного анализов). В большинстве случаев исследуется система корреляций, отраженных в корреляционной матрице.



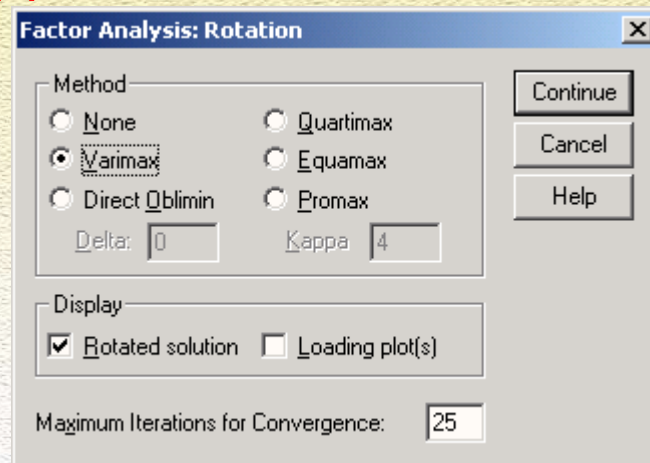
# 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Факторный анализ представляет собой ветвь математической статистики, цель которого – разработка моделей, понятий и методов, позволяющих анализировать и интерпретировать массивы экспериментальных данных независимо от их физической природы. Анализ данных включает краткое описание распределения объектов, установление взаимоотношения процессов и явлений, отражающихся в виде **параметров**.

Eigenvalues (factor)				
Extraction: Principal components				
Value	Eigenvalue	% Total variance	Cumulative Eigenvalue	Cumulative %
1	2,893561	36,16951	2,893561	36,16951
2	1,708925	21,36156	4,602486	57,53108

# 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Используемый набор моделей и методов предназначен для «сжатия» информации, содержащейся в корреляционной матрице. В основе различных моделей факторного анализа лежит следующая гипотеза: **параметры – это косвенные характеристики объекта или явления и представляют в совокупности тот или иной фактор.** В связи с этим задача факторного анализа состоит в том, чтобы показать наблюдаемые параметры в виде линейных комбинаций факторов.



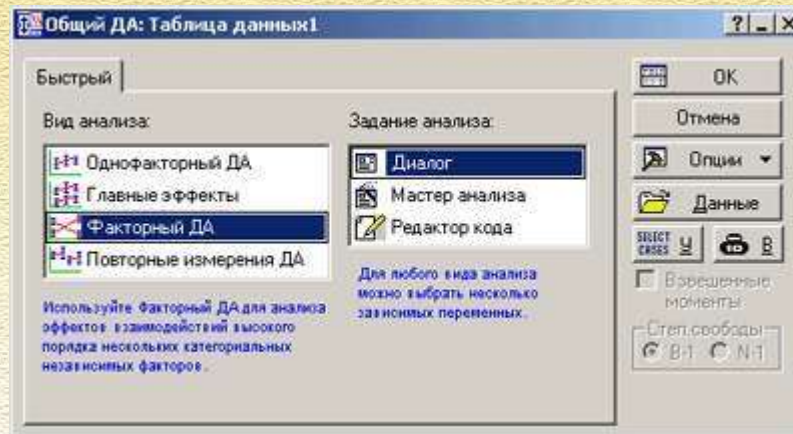
# 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Изменение фактора не всегда одинаково отражается на параметрах, поэтому среди последних могут быть выделены группы, реагирующие на каждый из факторов порознь. **Параметры, входящие в одну и ту же группу, сильно коррелируют между собой; параметры, входящие в разные группы, слабо коррелируют между собой.** Задача выявления факторов понимается как разбиение параметров на группы таким образом, чтобы можно было описать взаимоотношения параметрами.

Variable	Factor Loadings (Varimax raw) (factor)	
	Factor 1	Factor 2
органические удобрения, т/га	0,872127	-0,067592
минеральные удобрения, ц/га	0,718471	-0,441738
дозы извести, т/га	0,972194	-0,040124
пестициды, кг/га	-0,115877	0,040150
гумус, т/га	-0,022341	0,820951
гидролитическая кислотность (Н), мэкв/100г	-0,138428	0,906199
влажность почвы, %	0,075795	-0,565191
физическая глина, %	0,552192	0,138743
Expl.Var	2,566717	2,036770
Prp.Totl	0,320715	0,254596

# 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Разработано несколько вариантов факторного анализа с использованием коэффициентов только линейной корреляции. Наиболее употребительны при этом **метод главных компонент**, **метод главных факторов** и **центридный метод**. Определение главных компонент и главных факторов производится с помощью специализированного программного обеспечения.

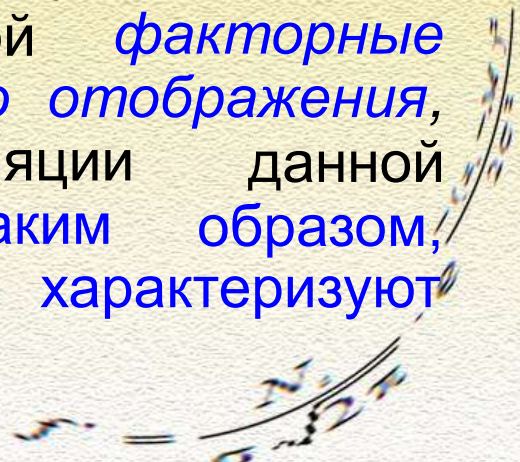




## 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Элементами исходной матрицы в факторном анализе являются коэффициенты корреляции. В ходе анализа вычисляется также общая дисперсия  $\sigma^2$ , указывающая, в каких границах находятся значения параметров, которые характеризуют фактор. Кроме общей дисперсии в анализе учитывается факторная дисперсия (общность) и специфическая дисперсия, связанная с некоторой переменной и характеризующая только ее. Дисперсию, обусловленную ошибкой, стремятся свести к минимуму.

В итоге составляется факторная матрица. Элементы столбцов матрицы представляют собой факторные нагрузки, или коэффициенты факторного отображения, выраженные коэффициентами корреляции данной переменной с данным фактором. Таким образом, коэффициенты факторного отображения характеризуют фактор и его влияние на все параметры.





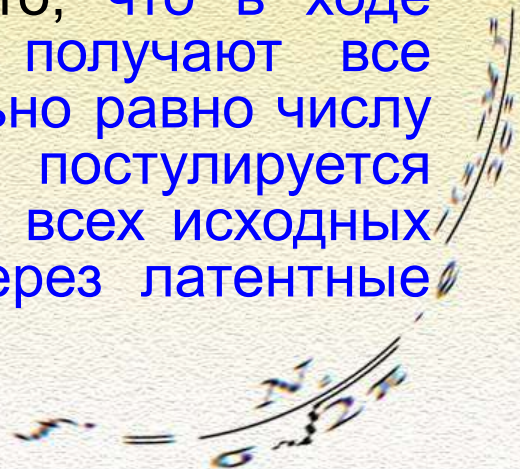


# 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Часто целями факторного анализа являются: **сокращение числа переменных** и **определение структуры взаимосвязей между переменными**. Поэтому факторный анализ используется или как метод сокращения данных или как метод классификации.

**Метод главных компонент** – это метод, который переводит большое количество связанных между собой (зависимых, коррелирующих) переменных в меньшее количество независимых переменных, так как большое количество переменных часто затрудняет анализ и интерпретацию информации.

Его особенностью является, во-первых, то, что в ходе вычислительных процедур одновременно получают все главные компоненты и их число первоначально равно числу исходных переменных; во-вторых, постулируется возможность полного разложения дисперсии всех исходных переменных, т.е. ее полное объяснение через латентные факторы (обобщенные признаки).

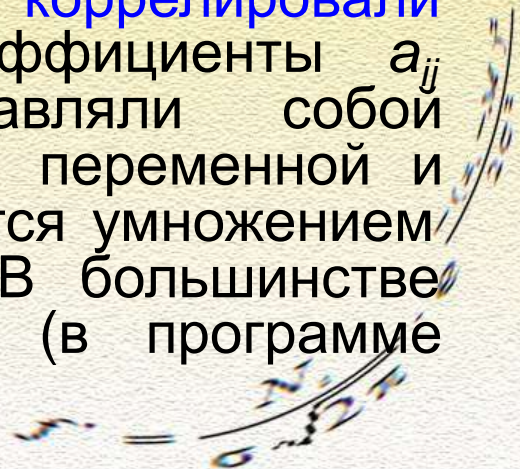




## 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Процедура извлечения факторов называется факторизацией матрицы. В результате факторизации из корреляционной матрицы может быть извлечено разное количество факторов, вплоть до числа, равного количеству исходных переменных. Однако факторы, определяемые в результате факторизации, как правило, не равноценны по своему значению.

Коэффициенты  $a_{ij}$ , определяющие новую переменную, выбираются таким образом, чтобы новые переменные (главные компоненты, факторы) описывали максимальное количество вариативности данных и не коррелировали между собой. Часто полезно представить коэффициенты  $a_{ij}$  таким образом, чтобы они представляли собой коэффициент корреляции между исходной переменной и новой переменной (фактором). Это достигается умножением  $a_{ij}$  на стандартное отклонение фактора. В большинстве статистических пакетов так и делается (в программе STATISTICA тоже).



# 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

**Коэффициенты**  $a_{ij}$  **называются** **факторными** **нагрузками.** Обычно они представляются в виде таблицы, где факторы располагаются в виде столбцов, а переменные в виде строк. Такая таблица называется таблицей (матрицей) факторных нагрузок. Числа, приведенные в ней, являются коэффициентами  $a_{ij}$ . Число 0,86 означает, что корреляция между первым фактором и органическими удобрениями равна 0,86. Чем выше факторная нагрузка по абсолютной величине, тем сильнее связь переменной с фактором.

Переменные	Фактор 1	Фактор 2
органические удобрения	<b>0,86</b>	0,02
минеральные удобрения	<b>0,75</b>	0,01
известь	<b>0,91</b>	0,18
пестициды	0,34	0,35
содержание гумуса	0,13	<b>0,85</b>
кислотность почв	0,21	<b>0,82</b>

## 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

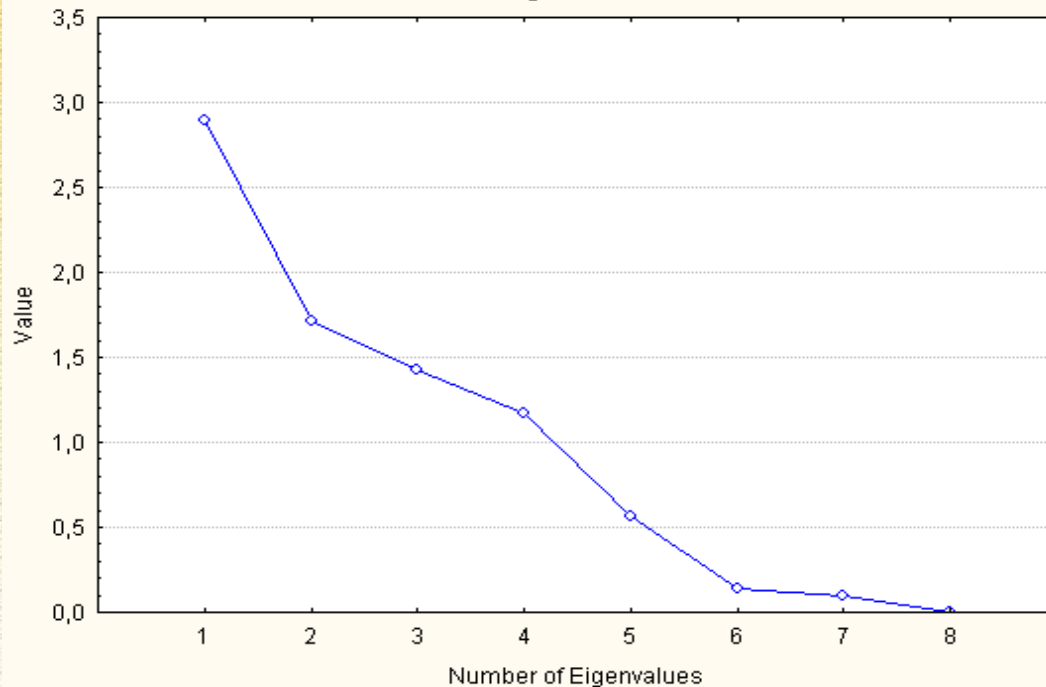
Если латентные факторы не коррелируют, то коэффициенты  $\lambda_{ij}$  являются корреляциями между латентными переменными и явными переменными. Они также называются **факторными нагрузками** и представляются в виде такой же таблицы, как и факторные нагрузки в методе главных компонент.

Соответствие факторной модели полученным данным проверяется путем сравнения исходной корреляционной матрицы с матрицей корреляций, полученной в результате применения модели. Такая оценка соответствия может быть проведена различными методами, которые носят название ***principal factor analysis*** (анализ главных факторов).

# 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Eigenvalues (factor)				
Extraction: Principal components				
Value	Eigenvalue	% Total variance	Cumulative Eigenvalue	Cumulative %
1	2,893561	36,16951	2,893561	36,16951
2	1,708925	21,36156	4,602486	57,53108

Plot of Eigenvalues



# 7. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Variable	Factor Loadings (Varimax rotation)	
	Factor 1	Factor 2
органические удобрения, т/га	0,872127	-0,067592
минеральные удобрения, ц/га	0,718471	-0,441738
дозы извести, т/га	0,972194	-0,040124
пестициды, кг/га	-0,115877	0,040150
гумус, т/га	-0,022341	0,820951
гидролитическая кислотность (Н), мэкв/100г	-0,138428	0,906199
влажность почвы, %	0,075795	-0,565191
физическая глина, %	0,552192	0,138743
Expl. Var	2,565717	2,036770
Prp. Totl	0,320715	0,254596

