



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ГЕОГРАФИИ

Карпиченко Александр

Александрович

***доцент кафедры почвоведения и
геоинформационных систем***

Литература

- elib.bsu.by
- geo.bsu.by
- Математические методы в географии: учебно-методическое пособие / Н.К. Чертко, А.А. Карпиченко. — Минск: БГУ, 2009.

2. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

При планировании эксперимента бывают ситуации, когда исследуемую систему необходимо разбить на группы, отличающиеся между собой в количественном отношении, и установить сходство или различие между ними по влиянию различных факторных величин на признак.

Например, определить степень влияния географических условий на ход тех или иных процессов, явлений. Таким условиям лучше всего отвечает дисперсионный анализ, который нашел применение в географии.

2. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Метод разработан для анализа результатов экспериментальных исследований Рональдом Фишером, английским статистиком и биологом.

Дисперсионный анализ позволяет утверждать наличие влияния на изучаемый объект каждого из условий (факторов) в отдельности или в их сочетаниях (с определенной долей уверенности).

2. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Поэтому при проведении и обработке данных полевых экспериментов, лабораторных опытов, испытании лекарственных препаратов и других подобных экспериментов используется дисперсионный анализ.

Обязательным условием применения дисперсионного анализа является разбивка каждого учитываемого фактора не менее чем на две группы (контрольную и опытную).

2. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Факторы могут быть представлены как *качественными*, так и *количественными* показателями. Качественные показатели приводятся в виде баллов.

Аналізу подвергаются лишь определяющие поведение объекта факторы, которые установлены исследователем. По количеству определяющих факторов дается название виду дисперсионного анализа (одно-, двух-, трехфакторный и т. д.).

2. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Факторы в дисперсионном анализе должны быть независимыми друг от друга; каждый фактор следует разделить на группы, количество которых зависит от поставленной задачи.

Дисперсионный анализ применяется в случаях нормального или близкого к нему распределения выборочных совокупностей. Выборки должны иметь близкие по значению показатели дисперсии (σ^2). Количество повторностей в каждой выделенной группе принимается одинаковым.

2. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Основная трудность при использовании дисперсионного анализа – составление комбинационной таблицы для обработки данных (*дисперсионный комплекс*). Если число наблюдений над результативным признаком по отдельным группам изучаемого фактора одинаково, то дисперсионный комплекс называется **равномерным**, если разное, то **неравномерным**. Общее число наблюдений над результативным признаком принято называть *объемом дисперсионного комплекса*.

При дисперсионном анализе для оценки сходства или отличия обычно используются критерий Фишера (F) и/или НСР, можно использовать критерий Стьюдента.

2. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Порядок действия по каждому виду дисперсионного анализа определяется его *основной задачей, которая состоит в делении суммарного или общего варьирования (дисперсии) изучаемого признака на доли: варьирование, вызываемое действием отдельных факторов; варьирование, вызываемое взаимодействием факторов между собой; остаточное варьирование объекта, которое определяется прочими факторами, которые нет возможности учесть.*

2.1. Однофакторный дисперсионный анализ

Среди различных видов дисперсионного анализа наиболее часто используется **однофакторный**. *Для выполнения однофакторного анализа в опыте должно быть предусмотрено две повторности и более. Исследуемый фактор разбивается на группы с целью выявления его оптимальной величины, влияющей на результативный признак. Для облегчения расчета можно уменьшить все показатели в пределах дисперсионного комплекса на определенную величину, а затем увеличить конечные результаты на ту же величину. Данная поправка актуальна, скорее, для ручных вычислений.*

2.1. Однофакторный дисперсионный анализ

Однофакторный дисперсионный анализ

Варианты опыта (фактор)		Урожай ячменя по повторностям, ц/га*				По повторностям (признакам) (i)		
						$\frac{\sum x_i}{\sum (x_i^2)}$	$(\sum x_i)^2$	M_i
Контроль (фон)		$\frac{20}{400}$	$\frac{21}{441}$	$\frac{22}{484}$	$\frac{20}{400}$	$\frac{83}{1725}$	6889	20,75
Фон+200 т/га торфа		$\frac{30}{900}$	$\frac{32}{1024}$	$\frac{32}{1024}$	$\frac{31}{961}$	$\frac{125}{3909}$	15 625	31,25
Фон+300 т/га торфа		$\frac{35}{1225}$	$\frac{36}{1296}$	$\frac{35}{1225}$	$\frac{36}{1296}$	$\frac{142}{5042}$	20 164	35,50
Фон+400 т/га торфа		$\frac{36}{1296}$	$\frac{35}{1225}$	$\frac{37}{1369}$	$\frac{37}{1396}$	$\frac{145}{5259}$	21 025	36,25
По факторам	$\sum x_k$	121	124	126	124	$\sum \sum x_{i,k}$	$\sum (\sum x_i)^2$ 63703	$M_{общ}$ 30,93
	$\sum (x_k^2)$	3821	3986	4102	4026	495		
	$(\sum x_k)^2$	14 641	15 376	15 876	15 376	$\sum (\sum x_{i,k}^2)$ 15935		
	M_k	30,25	31,00	31,50	31,00	$\sum (\sum x_k)^2 = 61 269$		

2.1. Однофакторный дисперсионный анализ

Дисперсионный комплекс составляется через нахождение сумм квадратов отклонений, т.е. расчленение общего варьирования признака на составные части исходя из равенства:

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3,$$

где Θ – сумма квадратов отклонений по общему варьированию данных, Θ_1 – по группам фактора (варианты опыта), Θ_2 – по повторностям опыта, Θ_3 – по остаточному варьированию, вызванному неучтенными факторами.

2.1. Однофакторный дисперсионный анализ

Дисперсионный анализ довольно часто используется при интерпретации результатов полевых опытов.

Например, в одном из опытов требовалось определить влияние на урожай зерна ячменя разных доз торфа (100, 200, 300 т абсолютно сухого вещества на гектар) при внесении его на фоне минеральных, органических удобрений и доломитовой муки.

В данной ситуации фактор – внесение торфа.

2.1. Однофакторный дисперсионный анализ

Опыт проводился в 4-х вариантах и в 4-х повторностях.

После уборки урожая получили следующие результаты:

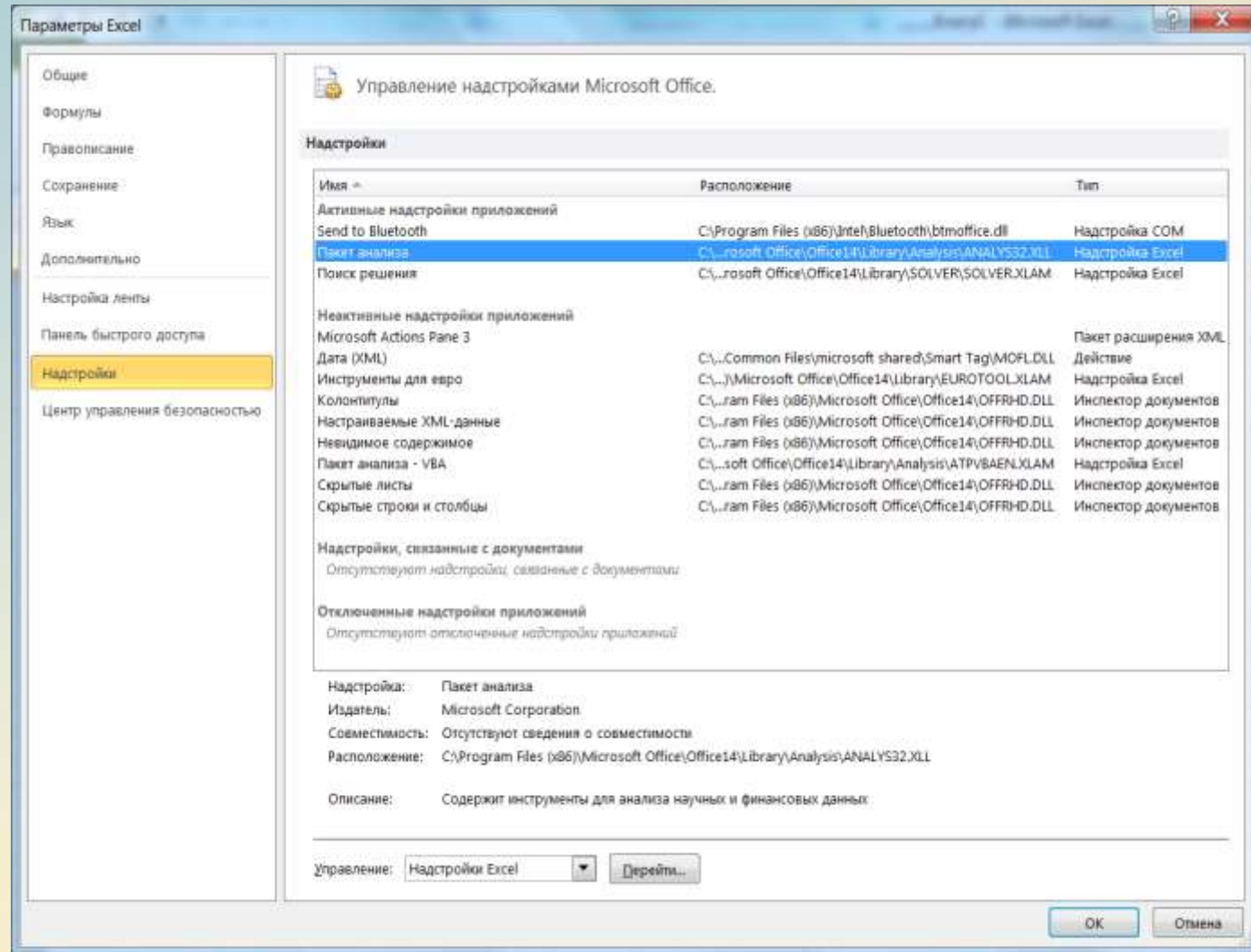
Влияние торфа на урожай с/х культур (ячмень, ц/га)

Повторности

Варианты	I	II	III	IV
фон	30,9	28	30,1	28,4
фон+100	33,9	36,3	34,3	36
фон+200	44,6	44,3	45,6	46,6
фон+300	51,1	48,8	50,4	51,4

2.1. Однофакторный дисперсионный анализ

Проводим анализ в MS Excel с использованием надстройки «*Пакет анализа*».



2.1. Однофакторный дисперсионный анализ

Результаты дисперсионного анализа:

<i>Группы</i>	<i>Счет</i>	<i>Сумма</i>	<i>Среднее</i>	<i>Дисперсия</i>
фон+100	4	117,4	29,35	1,8967
фон+200	4	140,5	35,125	1,4425
фон+300	4	181,1	45,275	1,0892
фон+400	4	201,7	50,425	1,3492

2.1. Однофакторный дисперсионный анализ

Дисперсионный анализ

Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
Между группами	1094,75	3	364,9156	252,646	4,1753E-11	3,490
Внутри групп	17,3325	12	1,444375			
Итого	1112,08	15				

SS – сумма квадратов; *df* – степени свободы; MS – средний квадрат (дисперсия); *F* – F-статистика Фишера (фактическое значение); *P-значение* – значимость критерия Фишера (критерий является значимым, если величина данного параметра менее 0,05); *F критическое* – критическое (табличное) значение F-статистики при $P=0,05$.

Путем сравнения *F* и *F критического* делаем вывод. Для данного примера эти значения будут соответственно 252,646 и 3,490, поэтому положительное влияние внесения торфа на урожай ячменя доказано.

2.2. Двухфакторный дисперсионный анализ

Если в дисперсионный анализ включают несколько факторов, влияющих на результативный признак, то они должны быть независимыми друг от друга. Рассмотрим обработку данных с двумя факторами, каждый из которых делится на две группы. Для этого составляем комбинационный дисперсионный комплекс. Каждый фактор характеризуется тремя наблюдениями (повторностями). Аналогичную схему можно использовать для двухфакторного анализа с большим числом групп и повторностей в каждом факторе.